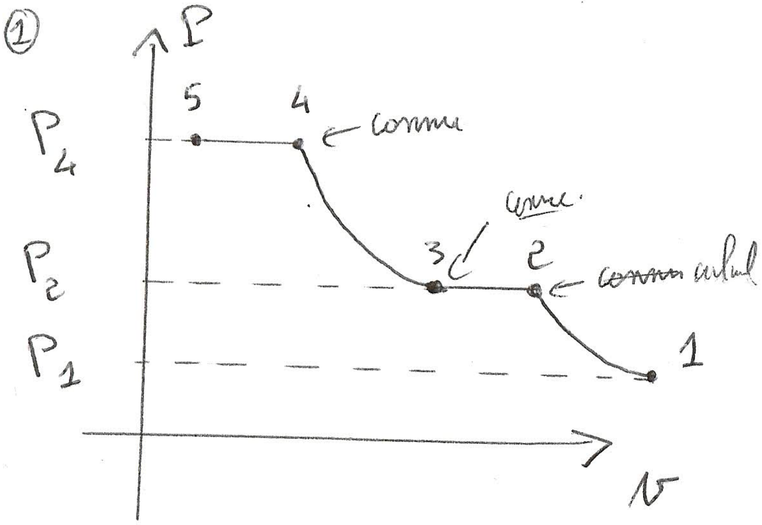
Exercice n°5 Compresseur à deux étages

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{7}{5}$$

①



NB : RP $\Rightarrow D_m = cte$

Intérêt compression à 2 étages :
→ permet de refroidir le gaz entre les 2 compression
csq : avoir plus "dense."

② phase 1→2 : $D_m(h_2 - h_1) = \cancel{D_m}\ D_m\, w_{u\,12} = c_p(T_2 - T_1)\, D_m = \mathcal{P}_{u\,1\to2}$

phase 3→4 : $D_m(h_4 - h_3) = D_m\, w_{u\,3\to4} = c_p(T_4 - T_3)\, D_m = \mathcal{P}_{u\,3\to4}$

$$\mathcal{P}_{u_T} = \mathcal{P}_{u\,1\to2} + \mathcal{P}_{u\,3\to4} = D_m c_p \left(\underset{?}{T_4} - T_3 + \underset{?}{T_2} - T_1\right)$$

⚠ isentropique fictive $P_1 V_1^{\gamma} = P_2 V_2'^{\gamma} \Rightarrow P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_1 = P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_2'$.

$$\Rightarrow T_2' = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 445,8 \text{ K}$$

donc $h_2 - h_1 = w_{u\,1\to2} = c_p(T_2 - T_1) = \dfrac{w'_{u\,1\to2}}{\eta} = \dfrac{1}{\eta} c_p (T_2' - T_1)$

$$\Rightarrow T_2 = T_1 + \frac{1}{\eta}(T_2' - T_1') = 462 \text{ K}$$

de m. $T_4' = T_3 \left(\dfrac{P_4}{P_3}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 390 \text{ K}$

$$w_{3\to4} = h_4 - h_3 = c_p(T_4 - T_3) = \frac{c_p}{\eta}(T_4' - T_3)$$

$$\Rightarrow T_4 = T_3 + \frac{1}{\eta}(T_4' - T_3) = 398 \text{ K}$$

donc $\mathcal{P}_u = \mathcal{P}_{u\,1\to2} + \mathcal{P}_{u\,3\to4} = 240 \text{ kW}$

③ $D'c(\theta_s-\theta_e) + D_m(h_5-h_4+h_3-h_2) = 0$

$$\Leftrightarrow \underbrace{D'c(\theta_s-\theta_e)}_{\text{reçue par l'eau}} + \underbrace{D_m c_p(T_5-T_4+T_3-T_2)}_{\text{cédée par le caloporteur}} = 0$$

soit : $D' = -D_m \dfrac{c_p}{c} \dfrac{(T_5-T_4+T_3-T_2)}{\theta_s-\theta_e} = 2{,}27\ kg.s^{-1}$

④ Puissance du moteur : $\mathcal{P}_{moteur} = D_m[(h_4-h_3)+(h_2-h_1)]$
$= D_m[c_p(T_4-T_3)+c_p(T_2-T_1)]$

⚠ perte de charge de $\Delta P = 0{,}2$ bar avec $\begin{cases} P_5 = 8 \text{ bar} \\ P_3 = 4 \text{ bar.} \end{cases}$

impose $\Rightarrow \begin{cases} P_2 = 4{,}2 \text{ bar} \\ P_4 = 8{,}2 \text{ bar.} \end{cases}$

csq : on doit recalculer $T'_2 = 452K \Rightarrow T_2 = 468{,}9K$
$T'_4 = 392{,}84K \Rightarrow T_4 = 400{,}9K.$

donc $\mathcal{P}_u = D_m c_p(T_4-T_3+T_2-T_1) = 249{,}8\ kW$

et $D' = 2{,}38\ kg.s^{-1}$

Correction partielle TD n° 15

Exercice n° 6 : Principe de fonctionnement d'un turboréacteur

① Le compresseur fonctionne de manière adiabatique - réversible ie isentropique ⇒ on peut expliciter la loi de Laplace.

$PV^{\gamma} = cte \Rightarrow T^{\gamma} P^{1-\gamma} = cte$ donc $\boxed{T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$

A.N. $T_2 = 484\,K$

Travail massique "indiqué" ≡ utile : $\Delta h_{1\to2} = w_{u_{1\to2}} + \overset{0 \text{ adiabatique}}{q''_{1\to2}}$

$\Rightarrow c_p(T_2 - T_1) = w_{u_{1\to2}}$

A.N. $w_{u_{1\to2}} = \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{R}{M}(T_2 - T_1) = 196{,}7\ kJ.mol^{-1}$ en prenant $M = 29\,g.mol^{-1}$.

② La turbine fonctionne de manière adiabatique ⇒ $q_{3\to4} = 0$

donc $\Delta h_{3\to4} = c_p(T_4 - T_3) = w_{u_{3\to4}}$

Toute perte mécanique entre le compresseur et la turbine est négligée

donc $w_{u_{3\to4}} = -w_{u_{1\to2}}$ ainsi $c_p(T_4 - T_3) = -c_p(T_2 - T_1)$

donc $\boxed{T_4 = T_1 - T_2 + T_3}$

A.N. $T_4 = 1054\,K$

De même que pour le compresseur : $\boxed{P_4 = P_2 \left(\frac{T_4}{T_3}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}$

A.N. $P_4 = 3{,}39$ bar

③ La tuyère fonctionne de manière adiabatique réversible et donc isentropique.

on a $P_6 = P_1$ (pression ambiante en fin de détente dans la tuyère)

$P_5 = P_4$ (on suppose la chambre de postcombustion isobare)

donc $P_5 V_5^\gamma = P_6 V_6^\gamma \Rightarrow \boxed{T_6 = T_5 \left(\frac{P_6}{P_5}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_5 \left(\frac{P_1}{P_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$

A.N. $T_6 = 1362\,K$

Puis par relation enthalpique : $\Delta h_{56} + \Delta e_{c\,5-6} = \underbrace{q_{5\to6}}_{\substack{=0 \\ \text{tuyère} \\ \text{adiabatique}}} + \underbrace{w_{u\,5\to6}}_{\substack{=0 \\ \text{pas de pièce} \\ \text{mobile / machine}}}$

$\Rightarrow c_p (T_6 - T_5) + \frac{1}{2} V_6^2 - \frac{1}{2} \underbrace{V_5^2}_{=0} = 0$

$\Rightarrow \boxed{V_6 = \sqrt{2 c_p (T_5 - T_6)}}$

A.N. $V_6 = 1066\ m.s^{-1}$

④ Chaleur totale fournie par les combustions (aucune pièce mobile ds les chambres de combustion)

$\boxed{q_{comb} = \Delta h_{2\to3} + \Delta h_{3\to4} = c_p (T_3 - T_2 + T_4 - T_3)}$

A.N. $q_{comb} = 1642\ kJ.kg^{-1}$

Puis $e_c = \frac{V_6^2}{2} = c_p (T_5 - T_6) = 568\ kJ.kg^{-1}$

Rendement thermique du turboréacteur : $\boxed{\eta_{th} = \frac{e_c}{q_{comb}} = 34{,}6\ \%}$

⑤ On supprime l'étape 4→5 $\Rightarrow \left| \begin{array}{l} P_5 \to P_4 \\ T_5 \to T_4 \end{array} \right.$ dans ts les calculs précédents

soit $T_6 = T_4 \left(\frac{P_6}{P_4} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$ A.N. $T_6 = 744\ K$

$V_6 = \sqrt{2 c_p (T_4 - T_6)} = 787\ m.s^{-1}$.

$e_c = \frac{V_6^2}{2} = c_p (T_4 - T_6) = 310\ kJ.kg^{-1}$

$q_{comb} = c_p (T_3 - T_2) = 766\ kJ.kg^{-1}$.

soit finalement : $\boxed{\eta_{th} = \frac{e_c}{q_{comb}} = 40{,}5\ \%}$